

COMPLEX METHODOLOGY OF ESTIMATING DENSITY OF MAPPING PIQUETS IN CASE OF COMPLICATED RELIEFS

Methodology of a complex estimation of mapping piquets density includes an analytical determination and the way for prognostication of this density in case of complicated reliefs. The analytical method is based on the use of classic formulas from the errors theory by their respective conversion to reasonable analytical assessments for determining the density of pickets with the least errors.

At the same fundamental role for analytical and statistical dependence between the error of the mean, random oscillations (standard) and the number of observations, taking into account the probability coefficients, applicable in various fields of geodetic science.

The analytical procedure is based on the presumption that the value of the distance between the observation points (l) is a function of the working area (S) and of their quantity in the area (N):

$$\begin{cases} F(l) = f(S, N_{nk}), \\ l = \sqrt{\frac{S}{N}}. \end{cases} \quad (1)$$

In the course of the further transformation of this equation an analytical model of the average density of mapping piquets in the area takes the form

$$E(l_{nk}) = \omega \sqrt{\frac{S_0}{N_{nk}}}. \quad (2)$$

To determine the required minimum number of mapping piquets (N_{pk}) the well-known formula of mathematical statistics is used that is based on the required accuracy and on the needed probability (t).

Area unit (S_0), attributable to the zone of influence of one piquet with a radius equal to half the distance between piquets geometrically represents the polygon; its area should be determined by using the formula

$$S_n = \frac{1}{2} n \left(\frac{l_{nk}}{2} \right)^2 \sin \frac{360^\circ}{n}, \quad (3)$$

where $R = \frac{l_{nk}}{2}$ - the radius of influence of one MP ; S_n - area of the n-th polygon ($n=6$), m^2 .

With a further transformation of the estimation (3) taking into account formulae of determining the minimum number of MP and the area unit of influence the value of one piquet the generalized analytical assessment for determining the average value of MP density will get the form

$$E(\bar{l}_{nk}) = \omega \sqrt{\frac{8S_0}{N_{nk} \sin \frac{360^\circ}{n}}} \quad (4)$$

The value of the empirical coefficient does not depend on the degree of fluctuations in the sizes of the area of elementary surface roughness of the relief ($\omega = 0,8 \div 1,4$). Possible limit values of this coefficient should be determined - based on the ratio of areas that are characterized by the dissemination of the largest, medium and minimum values of the zone of influence of individual piquets.

The method of the predictive estimation of the average density of MP consists of two various approaches: the probability and correlation estimates, based on a single complex technology of predicted estimates of the MP parameters with the sufficient completeness and accuracy. The essence of the method consists in determining the projected average for the analytical estimation, structured with the aid of the mathematical expectation and of other parameters of the lognormal distribution function of the desired attribute. Analytical meaning of the obtained predictive density evaluation of the MP is the fact that its average value to a large extent depends inversely on the degree of the elementary surfaces oscillations of the relief in the area.

With applying the density function for distribution of distribution gradients of MP and with the further transformation a formula for predictive estimation of the average density of MP $E()$ appears as follows:

$$E(l_{nk}) = \frac{\sigma_n}{V \sqrt{1 + V_n^2}} \exp\left(-Z_p \sqrt{2 \ln(1 + V_n^2)}\right), \quad (5)$$

where $V_n = \frac{\sigma_n}{a_n}$ - coefficient of variation, the proportion of units.;

σ_1 - logarithmic standard;

Z_p - table argument of the equation error function, $\text{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-t^2} dt$;

$\Phi(Z)$ - Laplace function;

a_n - mean value of logarithms.

The correlation estimation of the expected average density of MP should use the dependence of this quantity on the morphometric parameters of the topographic surface. Correlation model of MP density, depending on the values of the gradient section ($h\Delta$) and diversity index of the elementary relief irregularities (q_{raz}) has been obtained in the form of regression equations.

Simple and multiple correlation and regression analysis of the relationship of **MP** density (L_{pk}), contour intervals (h_{Δ}) and diversity index of basic relief irregularities (q_{raz}) has been realized on the basis of real data in three selected sites, in the Zhambyl and East Kazakhstan regions, conducted in scales of 1 : 500, 1: 2000 and 1: 10000. For the correlation analysis brought their actual values calculated by the statistical characteristics of the initial values as well as the closeness of their relationship - the correlation coefficients. Results of pair correlation analysis of the relationship variables L_{pk} , h_{Δ} , q_{raz} and founded values of correlation coefficients showed that:

- An essential characteristic of a strong pair bound relationship between the density of (L_{pk}) and gradient-section (h_{Δ}) ($r = 0,85$);
- Less essential link characteristic relationship between the density of survey stakes (L_{pk}) and diversity index of the elementary surface topography (q_{raz}) ($r = 0,43$);
- A slight communication typical of the relationship between the values of the height of the cross section (h_{Δ}) and an indicator of diversity patterns (q_{raz}) ($r = 0,31$).

These equations describe analytically the pair and three-parameter dependence, as shown by the values of closeness of their relationship, of the coefficients of determination and of the standard error, it provides the reliability and accuracy of the results in their practical application. The essential characteristic of them is the regularity at which the growth of the values of the gradient section, and the decrease of diversity index of the relief cause an increase in density of the piquets which corresponds to reality.

For improving the reliability by comparing the results of the evaluation it is recommended to calculate the average value of average density of **pickets**, set out above, obtained in three ways. The evaluation of the expected average is achieved by creating the possibility of an operational definition of **MP** density on analytical formulas, the original structural parameters are determined easily, without difficult procedures of computation, regardless of the characteristics of the terrain what allows the use of this technique in solving many of topographic and geodetic works, including mapping works in given areas and drawing up their plans and topographical maps. The scientific value of the recommended technique is to use the values of the parameters of the theoretical probability distribution function and the correlation equations in the form of an integrated system of models describing the regularities in the formation of the desired medium in a given area. At the same time it provides an opportunity to address the shortcomings of existing methods of arithmetic mean and weighted average estimate is the inability to account inherent in their distribution patterns and other features with sufficient reliability. Finally, this technique allows achieving the assessment reliability in cases where the quantity of information on the object is negligible.

Conclusions:

1. Regularities of forming **MP** density values in dependence on the values of the height of the cross section and indices of the terrain diversity are described by pair correlation and multifactorial regression equations which provide sufficient accuracy for practical use.
2. A new method of the integrated estimation of parameters of **MP** density, based on the concept of sharing the established patterns of distribution and their dependence on key indicators for the surface, technology assessment includes probabilistic methods, correlation and least-error combinations assuring the reliability and efficiency of the evaluation as realized by means of the recommended procedure.

КОМПЛЕКСНАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПЛОТНОСТИ СЪЕМОЧНЫХ ПИКЕТОВ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОРЕЛЬЕФНОЙ МЕСТНОСТИ

Методика комплексной оценки параметров густоты съемочных пикетов включает аналитический способ определения и способ прогнозной оценки параметров густоты съемочных пикетов по данной местности.

Аналитический способ определения параметров густоты съемочных пикетов базируется на использовании классических формул из теории ошибок путем соответствующего их преобразования для вывода рациональных аналитических оценок применительно к определению густоты съемочных пикетов с наименьшими погрешностями.

При этом основополагающая роль отводится аналитическо-статистическим зависимостям между погрешностью среднего значения, случайной колеблемостью (стандартом) и количеством наблюдений с учетом коэффициента вероятности, применяющимся в различных сферах геодезической науки.

В аналитическую основу методики положена концепция о том, что величина расстояния между точками наблюдения (l) является функцией от занимаемой площади (S) и их количества на этой площади (N):

$$\begin{cases} F(l) = f(S, N_{нк}), \\ l = \sqrt{\frac{S}{N}}. \end{cases} \quad (1)$$

При дальнейшем преобразовании этого равенства аналитическая модель формирования среднего значения густоты съемочных пикетов по данной местности принимает вид:

$$E(l_{нк}) = \omega \sqrt{\frac{S_0}{N_{нк}}}. \quad (2)$$

Для определения необходимого минимального количества съемочных пикетов ($N_{нк}$) используется известная формула математической статистики исходя из заданной точности и требуемой вероятности (t).

Единичная площадь (S_0), приходящаяся на зону влияния одного пикета с радиусом, равным половине расстояния между пикетами геометрически, представляет собой полигонный многоугольник, площадь которого определяется по формуле.

$$S_n = \frac{1}{2} n \left(\frac{l_{нк}}{2} \right)^2 \sin \frac{360^\circ}{n}, \quad (3)$$

где $R = \frac{l_{нк}}{2}$ - радиус зоны влияния одного съемочного пикета; S_n - площадь n -го многоугольника ($n = 6$), m^2 .

При дальнейшем преобразовании оценки (3) с учетом формул определения минимального количества съемочных пикетов и единичной площади зоны влияния значения одного пикета получена обобщенная аналитическая оценка определения среднего значения густоты пикетов в виде

$$E(\bar{l}_{нк}) = \omega \sqrt{\frac{8S_0}{N_{нк} \sin \frac{360^\circ}{n}}} \quad (4)$$

Значение эмпирического коэффициента не зависит от степени колебания размеров площади элементарных поверхностей неровностей рельефа ($\omega = 0,8 \div 1,4$). Возможные граничные значения этого коэффициента установлены исходя из соотношений площадей, которым присущи области распространения наибольших, средних и наименьших значений зоны влияния единичных пикетов.

Способ прогнозной оценки среднего значения густоты съемочных пикетов включает два различных по содержанию подхода: вероятностных и корреляционных оценок, комплексированных на основе единой технологии прогнозной оценки параметров густоты пикетов с достаточной полнотой и достоверностью. Сущность способа состоит в определении прогнозного среднего значения по аналитической оценке, структурированной с помощью формулы математического ожидания и других параметров функции логнормального распределения искомого признака. Аналитический смысл полученной прогнозной оценки густоты съемочных пикетов заключается в том, что средняя ее величина в значительной мере обратно пропорционально зависит от степени колеблемости элементарных поверхностей рельефа на местности.

С привлечением функции плотности распределения градиентов густоты съемочных пикетов и при дальнейшем преобразовании получена формула прогнозной оценки средней густоты съемочных пикетов $E(\bar{l}_{нк})$ в виде

$$E(l_{нк}) = \frac{\sigma_{л}}{V \sqrt{1 + V_{л}^2}} \exp\left(-Z_p \sqrt{2 \ln(1 + V_{л}^2)}\right), \quad (5)$$

где $V_{л} = \frac{\sigma_{л}}{a_{л}}$ - коэффициент вариации, доли ед.; $\sigma_{л}$ - логарифмический стандарт;

Z_p - табличный аргумент уравнения функции ошибок $\text{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-t^2} dt$;

$\Phi(Z)$ - функция Лапласа; $a_{л}$ - среднее значение логарифмов.

Корреляционная оценка ожидаемого среднего значения густоты съемочных пикетов заключается в использовании зависимости этой величины от морфометрических параметров топографической поверхности. Корреляционные модели формирования густоты съемочных пикетов в зависимости от значений градиентного сечения (h_{Δ}) и показателя разнообразия элементарных неровностей рельефа ($q_{раз}$) получены в виде системы уравнений регрессии.

Парный и множественный корреляционно-регрессионный анализ взаимосвязи густоты съемочных пикетов ($L_{нк}$), высоты сечения (h_{Δ}) и показателя разнообразия элементарных неровностей рельефа ($q_{раз}$) проведен на основе фактических данных съемок по выбранным трем участкам Жамбылской и Восточно-Казахстанской

областей, проведенных в масштабах 1:500, 1:2000 и 1:10000. Для корреляционного анализа привлечены $N = 1990$ фактических их значений, по которым были подсчитаны статистические характеристики исходных величин: среднеквадратическое отклонение (σ_x), дисперсия (D), среднее значение, размах, коэффициент вариации, а также теснота их взаимосвязи – корреляционные коэффициенты (таблица 1). Результаты парного корреляционного анализа взаимосвязи величин $I_{пк}$, h_{Δ} , $q_{раз}$ и найденных значений коэффициентов корреляции показали, что:

- существенная тесная парная связь присуща зависимости между плотностью съемочных пикетов ($I_{пк}$) и градиентным сечением (h_{Δ}) ($r = 0,85$);
- менее существенная связь свойственна зависимости между плотностью съемочных пикетов ($I_{пк}$) и показателем разнообразия элементарных поверхностей рельефа ($q_{раз}$) ($r = 0,43$);
- незначительная связь характерна для зависимости между величинами высоты сечения (h_{Δ}) и показателем разнообразия рельефных поверхностей ($q_{раз}$) ($r = 0,31$).

Приведенные уравнения, аналитически описывающие парную и трехпараметрическую зависимости, как показали значения тесноты их связи, коэффициентов детерминации и стандартной ошибки, вполне обеспечивают достоверность и точность результатов при практическом их применении. Существенной является присущая им закономерность, по которой рост значений градиентного сечения и уменьшение величины показателя разнообразия рельефа вызывают увеличение плотности пикетов, что соответствует реальности.

Для повышения достоверности путем сравнения результатов оценки рекомендуется подсчитать усредненную величину средних значений плотности пикетов, полученных изложенными выше тремя способами. Эффективность оценки ожидаемого среднего достигается за счет создания возможности оперативного определения плотности съемочных пикетов по аналитическим формулам, исходные структурные параметры которых определяются легко, без затруднительных процедур вычисления, независимо от особенностей рельефа местности, что позволяет использовать эту методику при решении многих топографо-геодезических работ, включая задачи съемки местностей и составления их топографических планов и карт. Научная ценность рекомендуемой методики состоит в использовании значений теоретических параметров вероятностного распределения и корреляционных уравнений зависимости в виде комплексной системы моделей, описывающих закономерности формирования искомого среднего по данной местности. При этом она дает возможность устранить недостатки существующих среднеарифметических и средневзвешенных способов оценки средних, заключающиеся в невозможности учета присущих их распространению закономерностей и других особенностей с достаточной достоверностью. И наконец, эта методика позволяет достичь достоверности оценки в таких случаях, когда объем информации по объекту незначителен.

Выводы:

1. Выявлена закономерность формирования величины плотности съемочных пикетов в зависимости от значений высоты сечения и показателя разнообразия форм рельефа, которые описаны парными и многофакторными корреляционными уравнениями регрессии, обеспечивающими достаточную достоверность для их практического использования.
2. Новая методика комплексной оценки параметров плотности съемочных пикетов, основанная на концепции совместного использования установленных закономерностей распределения и зависимостей ее от основных показателей топоповерхности; технология оценки содержит способы вероятностный, корреляционный и наименьших ошибок в сочетаниях, что обеспечивает достоверность и эффективность результатов оценки по рекомендуемой методике.